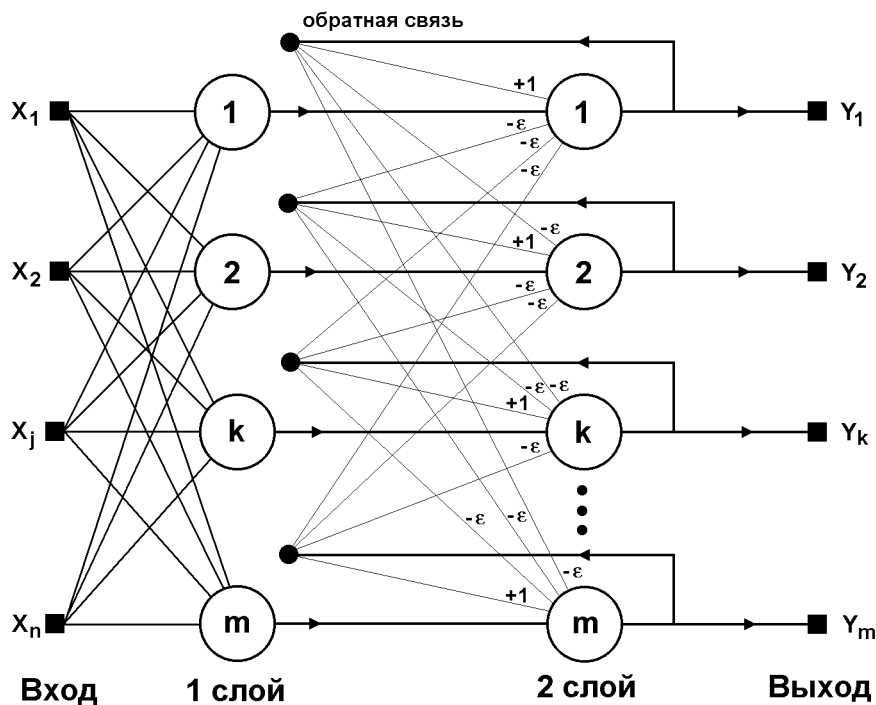


## Сеть Хеминга



**Рис.3 Структурная схема сети Хэмминга**

Когда нет необходимости, чтобы сеть в явном виде выдавала образец, то есть достаточно, скажем, получать номер образца, ассоциативную память успешно реализует сеть Хэмминга. Данная сеть характеризуется, по сравнению с сетью Хопфилда, меньшими затратами на память и объемом вычислений, что становится очевидным из ее структуры (рис. 3).

Сеть состоит из двух слоев. Первый и второй слои имеют по  $m$  нейронов, где  $m$  – число образцов. Нейроны первого слоя имеют по  $n$  синапсов, соединенных со входами сети (образующими фиктивный нулевой слой). Нейроны второго слоя связаны между собой ингибиторными (отрицательными обратными) синаптическими связями. Единственный синапс с положительной обратной связью для каждого нейрона соединен с его же аксоном.

Идея работы сети состоит в нахождении расстояния Хэмминга от тестируемого образа до всех образцов. Расстоянием Хэмминга называется число отличающихся битов в двух бинарных векторах. Сеть должна выбрать образец с минимальным расстоянием Хэмминга до неизвестного входного сигнала, в результате чего будет активизирован только один выход сети, соответствующий этому образцу.

На стадии инициализации весовым коэффициентам первого слоя и порогу активационной функции присваиваются следующие значения:

$$w_{ik} = \frac{x_i^k}{2}, \quad i=0 \dots n-1, \quad k=0 \dots m-1 \quad (5)$$

$$T_k = n / 2, \quad k = 0 \dots m-1 \quad (6)$$

Здесь  $x_i^k$  –  $i$ -ый элемент  $k$ -ого образца.

Весовые коэффициенты тормозящих синапсов во втором слое берут равными некоторой величине  $0 < \varepsilon < 1/m$ . Синапс нейрона, связанный с его же аксоном имеет вес  $+1$ .

Алгоритм функционирования сети Хэмминга следующий:

1. На входы сети подается неизвестный вектор  $\mathbf{X} = \{x_i; i=0 \dots n-1\}$ , исходя из которого рассчитываются состояния нейронов первого слоя (верхний индекс в скобках указывает номер слоя):

$$y_j^{(1)} = s_j^{(1)} = \sum_{i=0}^{n-1} w_{ij} x_i + T_j, \quad j=0 \dots m-1 \quad (7)$$

После этого полученными значениями инициализируются значения аксонов второго слоя:

$$y_j^{(2)} = y_j^{(1)}, \quad j = 0 \dots m-1 \quad (8)$$

2. Вычислить новые состояния нейронов второго слоя:

$$s_j^{(2)}(p+1) = y_j^{(2)}(p) - \varepsilon \sum_{k=0}^{m-1} y_k^{(2)}(p), \quad k \neq j, \quad j = 0 \dots m-1 \quad (9)$$

и значения их аксонов:

$$y_j^{(2)}(p+1) = f[s_j^{(2)}(p+1)], \quad j = 0 \dots m-1 \quad (10)$$

Активационная функция  $f$  имеет вид порога (рис. 2б), причем величина  $F$  должна быть достаточно большой, чтобы любые возможные значения аргумента не приводили к насыщению.

3. Проверить, изменились ли выходы нейронов второго слоя за последнюю итерацию. Если да – перейди к шагу 2. Иначе – конец.

Из оценки алгоритма видно, что роль первого слоя весьма условна: воспользовавшись один раз на шаге 1 значениями его весовых коэффициентов, сеть больше не обращается к нему, поэтому первый слой может быть вообще исключен из сети (заменен на матрицу весовых коэффициентов), что и было сделано в ее конкретной реализации, описанной ниже.

Программная модель сети Хэмминга строится на основе набора специальных классов `NeuronHN`, `LayerHN` и `NetHN` – производных от классов, рассмотренных в предыдущих статьях цикла [1][2]. Описания классов приведены в листинге 1. Релизации всех функций находятся в файле `NEURO_HN` (листинг 2). Классы `NeuronHN` и `LayerHN` наследуют большинство методов от базовых классов.

В классе `NetHN` определены следующие элементы:

`Nin` и `Nout` – соответственно размерность входного вектора с данными и число образцов;

$dx$  и  $dy$  – размеры входного образа по двум координатам (для случая трехмерных образов необходимо добавить переменную  $dz$ ),  $dx*dy$  должно быть равно  $N_{in}$ , эти переменные используются функцией загрузки данных из файла `LoadNextPattern`;

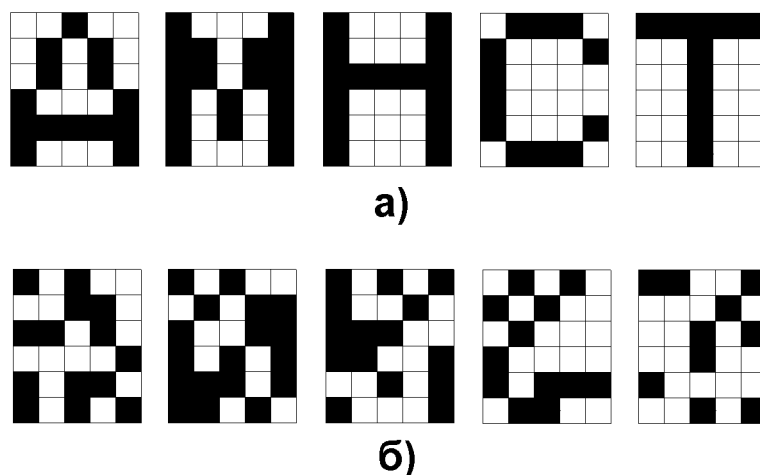
$Dx$  и  $Dy$  – размеры выходного слоя (влияют только на отображение выходного слоя с помощью функции `Show`); обе пары размеров устанавливаются функцией `SetDxDy`;

`Class` – массив с данными об образцах, заполняется функцией `SetClasses`, эта функция выполняет общую инициализацию сети, сводящуюся к запоминанию образцовых данных.

Метод `Initialize` проводит дополнительную инициализацию на уровне тестируемых данных (шаг 1 алгоритма). Метод `Cycle` реализует шаг 2, а метод `IsConverged` проверяет, застabilizировались ли состояния нейронов (шаг 3).

Из глобальных функций – `SetSigmoidAlfaHN` позволяет установить параметр  $F$  активационной функции, а `SetLimitHN` задает коэффициент, лежащий в пределах от нуля до единицы и определяющий долю величины  $1/m$ , образующую  $\epsilon$ .

На листинге 3 приведена тестовая программа для проверки сети. Здесь конструируется сеть со вторым слоем из пяти нейронов, выполняющая распознавание пяти входных образов, которые представляют собой схематичные изображения букв размером 5 на 6 точек (см.рис.4а). Обучение сети фактически сводится к загрузке и запоминанию идеальных изображений, записанных в файле "charh.img", приведенном на листинге 4. Затем на ее вход поочередно подаются зашумленные на 8/30 образы (см.рис.4б) из файла "charhh.img" с листинга 5, которые она успешно различает.



**Рис. 4 Образцовые и тестовые образы**

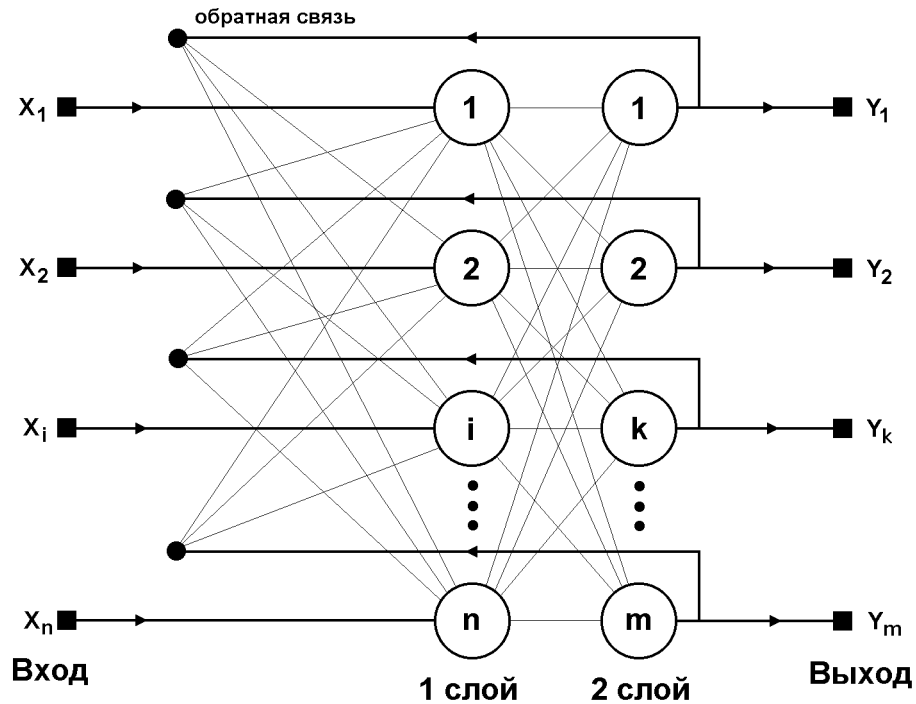


Рис.5 Структурная схема ДАП

В проект кроме файлов NEURO\_HN и NEUROHAM входят также SUBFUN и NEURO\_FF, описанные в [1]. Программа тестировалась в среде Borland C++ 3.1.

Предложенные классы позволяют моделировать и более крупные сети Хэмминга. Увеличение числа и сложности распознаваемых образов ограничивается фактически только объемом ОЗУ. Следует отметить, что обучение сети Хэмминга представляет самый простой алгоритм из всех рассмотренных до настоящего времени алгоритмов в этом цикле статей.

Обсуждение сетей, реализующих ассоциативную память, было бы неполным без хотя бы краткого упоминания о двунаправленной ассоциативной памяти (ДАП). Она является логичным развитием парадигмы сети Хопфилда, к которой для этого достаточно добавить второй слой. Структура ДАП представлена на рис.5. Сеть способна запоминать пары ассоциированных друг с другом образов. Пусть пары образов записываются в виде векторов  $\mathbf{X}^k = \{x_i^k: i=0 \dots n-1\}$  и  $\mathbf{Y}^k = \{y_j^k: j=0 \dots m-1\}$ ,  $k=0 \dots r-1$ , где  $r$  – число пар. Подача на вход первого слоя некоторого вектора  $\mathbf{P} = \{p_i: i=0 \dots n-1\}$  вызывает образование на входе второго слоя некоего другого вектора  $\mathbf{Q} = \{q_j: j=0 \dots m-1\}$ , который затем снова поступает на вход первого слоя. При каждом таком цикле вектора на выходах обоих слоев приближаются к паре образцовых векторов, первый из которых –  $\mathbf{X}$  – наиболее походит на  $\mathbf{P}$ , который был подан на вход сети в самом начале, а второй –  $\mathbf{Y}$  – ассоциирован с ним. Ассоциации между векторами кодируются в весовой матрице  $\mathbf{W}^{(1)}$  первого слоя. Весовая матрица второго слоя  $\mathbf{W}^{(2)}$  равна транспонированной первой  $(\mathbf{W}^{(1)})^T$ . Процесс обучения, также как и в случае сети Хопфилда, заключается в предварительном расчете элементов матрицы  $\mathbf{W}$  (и соответственно  $\mathbf{W}^T$ ) по формуле:

$$w_{ij} = \sum_k x_i^k y_j^k, \quad i = 0 \dots n-1, \quad j = 0 \dots m-1 \quad (11)$$

Эта формула является развернутой записью матричного уравнения

$$W = \sum_k X^T Y \quad (12)$$

для частного случая, когда образы записаны в виде векторов, при этом произведение двух матриц размером соответственно  $[n \times 1]$  и  $[1 \times m]$  приводит к (11).

В заключении можно сделать следующее обобщение. Сети Хопфилда, Хэмминга и ДАП позволяют просто и эффективно разрешить задачу воссоздания образов по неполной и искаженной информации. Невысокая емкость сетей (число запоминаемых образов) объясняется тем, что, сети не просто запоминают образы, а позволяют проводить их обобщение, например, с помощью сети Хэмминга возможна классификация по критерию максимального правдоподобия [3]. Вместе с тем, легкость построения программных и аппаратных моделей делают эти сети привлекательными для многих применений.

## Литература

1. С. Короткий, Нейронные сети: алгоритм обратного распространения.
1. С. Короткий, Нейронные сети: обучение без учителя.
1. Artificial Neural Networks: Concepts and Theory, IEEE Computer Society Press, 1992.
1. Ф.Уоссермен, Нейрокомпьютерная техника, М.,Мир, 1992.