

## **Лабораторная работа**

### **Персептрон и сигмоидальный нейрон**

*Цель работы* – изучить особенности однослойного персептрона и его ограничения.

*Содержание:*

1. Изучите математическую модель, структурную схему простого персептрона, правило обучения.
2. Изучите математическую модель, структурную схему сигмоидального нейрона.
3. Сформировать нейронную сеть с использованием функции `perceptron`.
4. Обучить нейронную сеть для распознавания образов.

*Порядок выполнения заданий*

*Задание 1.* Изучите математическую модель, структурную схему простого персептрона, правило обучения.

В 1957 г. Ф.Розенблатт ввел понятие персептрона и правила его обучения. Персептрон, или простой персептрон (single layer perceptron SLP) – это модель нейрона МакКаллоха-Питса. В 60-х годах персептроны вызвали большой интерес. Однослойный персептрон можно рассматривать как модель нейрона, состоящую из одного процессора. Сеть состоит из одного нейрона с настраиваемыми весами и порогами ограничений. Упрощенная схема персептрона представлена на рис.1.

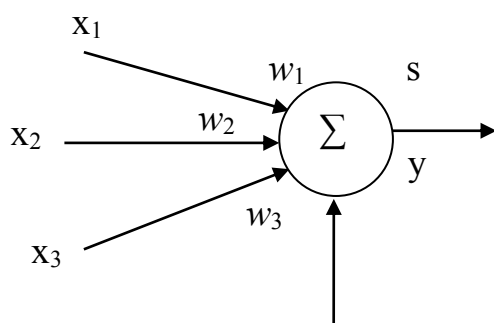


Рис.1. Персептрон с тремя входами

Ядро или нейрон имеет три входа ( $x_1, x_2, x_3$ ), вход смещения  $w_0$ . Каждое соединение от входа к ядру имеет коэффициенты – веса ( $w_1, w_2, w_3$ ), которые определяют влияние нейрона на другие нейроны. Веса с положительными значениями оказывают усиление связи, а отрицательные – ослабление связи. В структуре такой сети имеется один выход. Сумматор суммирует все сигналы на входах с учетом весов, затем добавляет смещение. Результат передается в пороговую активационную функцию.

*Правило обучения персептрона.* Процесс обучения персептрона производится с учителем, когда для каждой обучающей выборки, представленной вектором  $x=[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n]$  (нулевой член вектора  $x_0=1$  формирует сигнал поляризации) ставится в соответствие ожидаемое значение  $d_i$ , получаемое на выходе  $i$ -го нейрона. Суть процесса обучения заключается в подборе весовых коэффициентов  $w_{ij}$ , таким образом, чтобы выходной сигнал  $y_i$  был близок к ожидаемому значению  $d_j$ .

Наиболее популярный метод обучения персептрона заключается в применении *правила персептрона*.

Шаг 1. На начальном этапе обучения весовые коэффициенты  $w_{ij}$  задаются случайным образом.

Шаг 2. На вход нейрона подается обучающий вектор  $x$  и рассчитывается значение выходного сигнала. Сравняются фактически полученные зна-

чения  $y_i$  и ожидаемые значения  $d_i$ . По результатам сравнения уточняются весовые коэффициенты. Возможны три случая:

а) если  $y_i = d_i$  если полученное значение совпадает с ожидаемым, то весовые коэффициенты  $w_{ij}$  не изменяются;

б) если  $y_i=1$  и  $d_i=0$ , то значения весов уточняются по формуле:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) - x_i, \quad (1)$$

в) если  $y_i=0$  и  $d_i=1$ , то значения весов уточняются по формуле:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + x_i. \quad (2)$$

Шаг 3. После завершения уточнения весовых коэффициентов предоставляется следующий обучающий вектор  $x$  и связанное с ним ожидаемое значение  $d_i$  и обучение повторяется с шага 2.

Процесс обучения повторяется многократно на всех обучающих выборках, пока различия между полученными и ожидаемыми значениями не будут минимальными.

Целевая функция или функция ошибки для одной обучающей выборки определяется по формуле:

$$E = 1/2 \sum_{i=1}^n (y_i - d_i)^2. \quad (3)$$

Правило персептрона – это частный случай *правила Уидроу-Хоффа* (1975 г.), в соответствии, с которым изменение весовых коэффициентов нейрона производится по формуле:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij} = w_{ij}(t) + x_i (d_i - y_i). \quad (4)$$

Правило обучения Уидроу-Хоффа для обучения персептрона. Алгоритм обучения ИНС, основанный на дельта-правиле Уидроу-Хоффа состоит в последовательном выполнении шагов:

*Шаг 1.* На начальном этапе обучения ИНС назначаются случайным образом небольшие значения для весовых коэффициентов. Этот этап называют инициализацией весовых коэффициентов.

*Шаг 2.* На вход сети последовательно подается очередной обучающий вектор  $x(t)=\{x_1(t),x_2(t),x_3(t),\dots,x_n(t)\}$ , где  $t$  – номер итерации процесса обучения персептрона. Для каждого нейрона в сети вычисляется взвешенная сумма произведений входных сигналов на соответствующие весовые коэффициенты и применяется пороговая функция активации.

*Шаг 3.* Выполняется изменение весовых коэффициентов по формуле (4).

*Шаг 4.* Производится оценка работы сети и алгоритм повторяется с шага 2.

*Задание 2.* Изучите математическую модель, структурную схему сигмоидального нейрона.

Нейрон с сигмоидальной функцией активации классифицируется как нейрон сигмоидального типа. Нейрон данного типа устраняет основной недостаток персептрона – разрывность функции активации  $f$ . Структурная схема сигмоидального нейрона представлена на рис. 2.

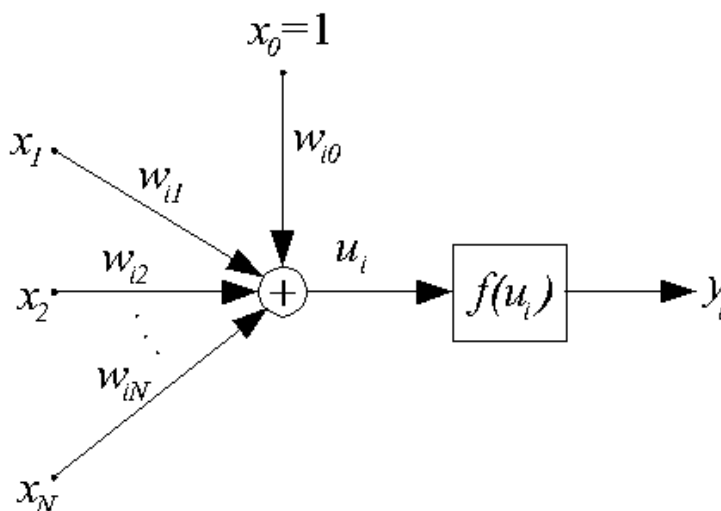


Рис. 2. Модель сигмоидального нейрона

В качестве функции активации используется сигмоидальная функция. На практике используются как униполярные, так и биполярные функции ак-

тивации. Униполярная функция представляется формулой и ее график представлен на рис. 3.

$$f(s) = \frac{1}{1 + e^{-\beta \cdot s}}, \quad (5)$$

Биполярная функция задается в виде (рис.4):

$$f(s) = \tanh(\beta \cdot s) = \frac{1 - e^{-\beta \cdot s}}{1 + e^{-\beta \cdot s}}. \quad (6)$$

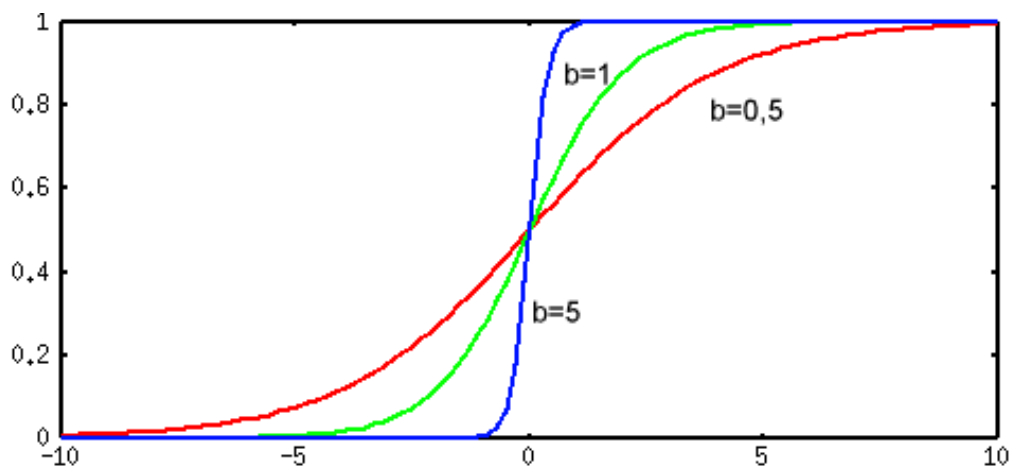


Рис. 3. График униполярной сигмоидальной функции

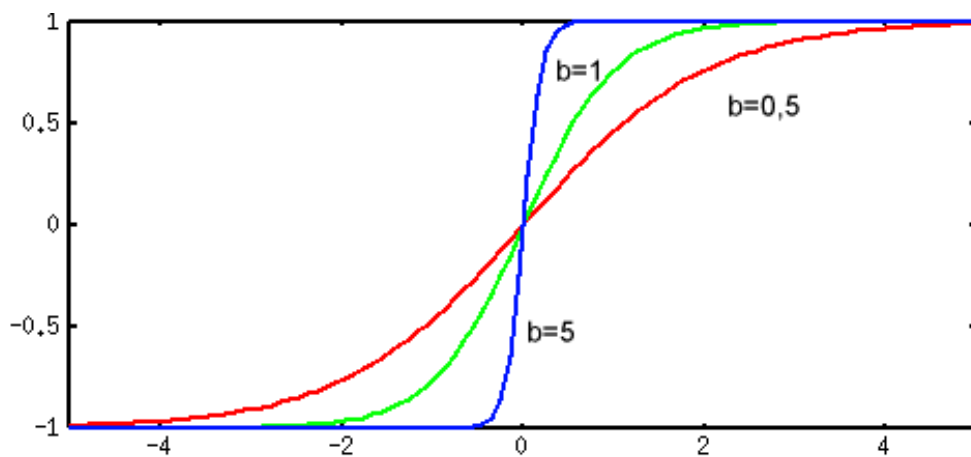


Рис. 4. График биполярной сигмоидальной функции

Графики функций сильно зависят от значения  $\beta$ . При малых величинах  $\beta$  график функции достаточно пологий, но по мере роста значения  $\beta$  крутизна графика увеличивается. При  $\beta \rightarrow \infty$  сигмоидальная функция превращается

в функцию ступенчатого типа, идентичную функции активации персептрона. На практике чаще всего используется значение  $\beta = 1$ . Важным свойством сигмоидальной функции является ее дифференцируемость. Для униполярной функции (формула 7), а для биполярной функции (формула 8):

$$\frac{df(x)}{dx} = \beta \cdot f(x)(1 - f(x)), \quad (7)$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \beta(1 - f^2(x)). \quad (8)$$

Графики производных имеют колоколообразный вид рис.5 и 6.

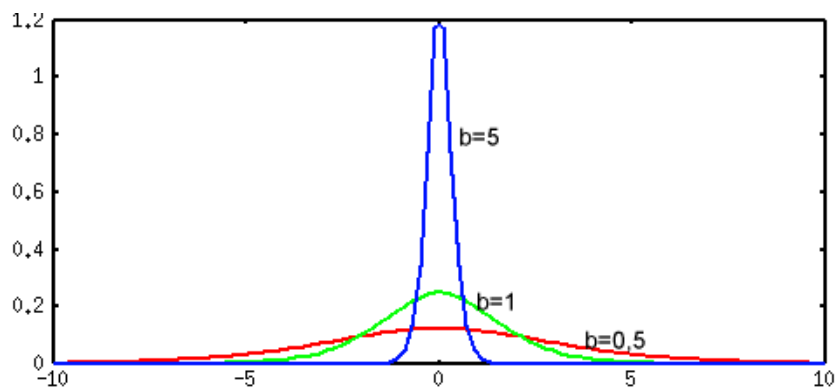


Рис 5. График производной униполярной функции

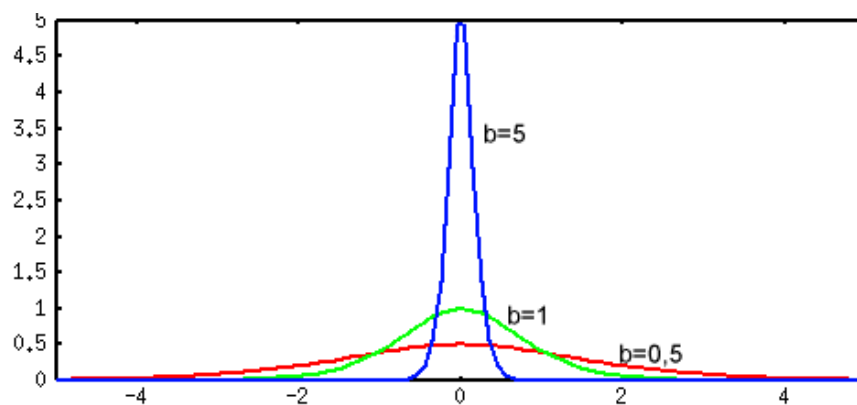


Рис. 6. – График производной биполярной функции

Задание 3. Выполните обучение персептрона

```
net = perceptron;
net.trainParam.epochs = 1;
p = [[2;2] [1;-2] [-2;2] [-1;1]]
t = [0 1 0 1]
net = train(net,p,t);
w = net.iw{1,1}, b = net.b{1}
a = net(p)
```

```
Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Examples, or read Getting Started.

>> net = perceptron;
net.trainParam.epochs = 1;
p = [[2;2] [1;-2] [-2;2] [-1;1]]
t = [0 1 0 1]
net = train(net,p,t);
w = net.iw{1,1}, b = net.b{1}
a = net(p)

p =

     2     1    -2    -1
     2    -2     2     1

t =

     0     1     0     1

w =

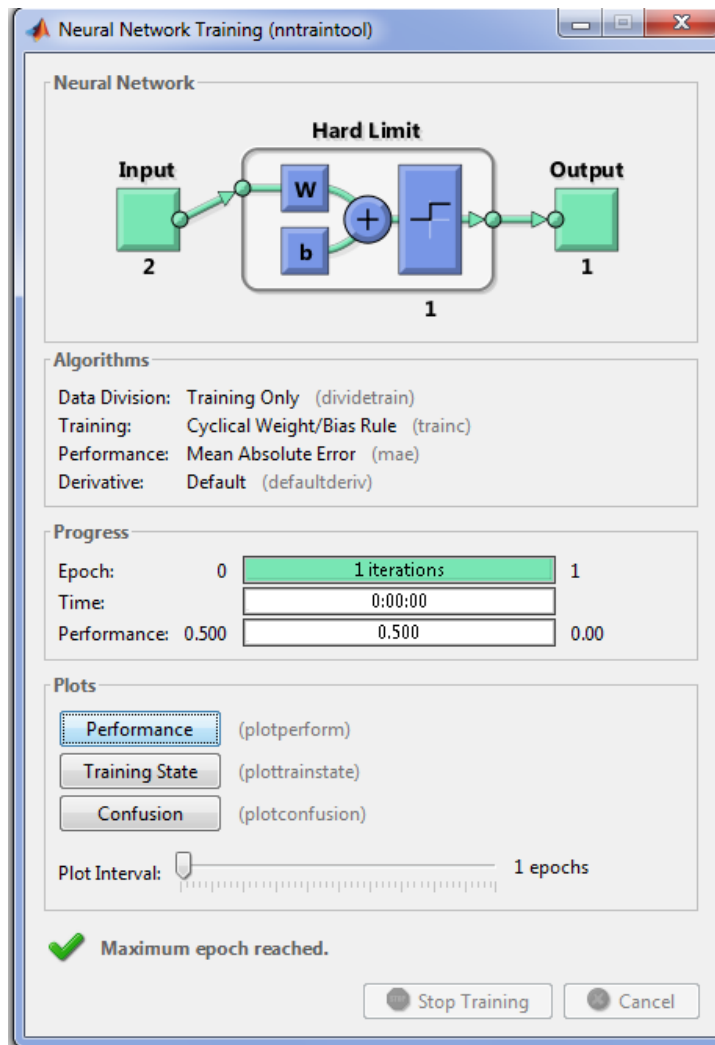
    -3    -1

b =

     0

a =

     0     0     1     1
```



Задание 4. Обучить нейронную сеть для распознавания образов.

Исходные данные для выполнения задания:

- коэффициент скорости обучения принять равным  $0,03+N$

- весовые коэффициенты для обучения задать самостоятельно небольшими менее 0,5
- ожидаемые значения на выходе сети d1, d2 сформировать самостоятельно
- количество итераций работы алгоритма принять равным;
- для распознавания использовать буквы по варианту.
- вычислить ошибку обучения, результаты обучения внести в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты обучения простого персептрона

Входные данные (вектор x)	Весовые коэффициенты и смещения сети	Ожидаемые значения		Полученные весовые коэффициенты	Результат обучения сети	
		d1	d2		S1	S2
1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1	0.03 0.17 0.24 0.04 0.20 0.02 0.05 0.14 0.22 0.21	1 1 0 0	1 0 1 0			
Ошибка обучения					E <sub>1</sub> =	E <sub>2</sub> =
Средняя ошибка обучения					E =	

*Для сдачи лабораторной работы:*

1. Отчет о выполненной работе должен содержать таблицы исходных данных, программный код, рисунки с результатами обучения.
2. В отчете приведите выводы, список использованной литературы.
3. В отчете приведите программный код C#, рисунки с демонстрацией работы программы.

*Контрольные вопросы:*

1. Кто разработал персептрон?
2. Какая функция активации используется при обучении персептрона?
3. В каком году была разработана первая математическая модель нейрона?
4. Кто разработал первую математическую модель нейрона?

5. При решении каких задач использовался персептрон?
6. Какими ограничениями обладает персептрон?
7. Для обучения персептрона необходима ли обучающая выборка?
8. Какая функция активации используется при обучении сигмоидального нейрона?
9. Какими свойствами обладает сигмоидальная униполярная и биполярная функции активации?
10. Каким образом производится обучение персептрона?
11. Каким образом производится обучение сигмоидального нейрона?
12. Применяется ли правило Уилдроу-Хоффа для обучения персептрона?
13. Применяется ли правило Уилдроу-Хоффа для обучения сигмоидального нейрона?
14. Каким образом вычисляется ошибка обучения?

#### Варианты для выполнения заданий

Вариант задания	Буквы	Вариант задания	Буквы
1	А, В	13	Ј, V
2	<u>Ж</u> , И	14	Q, T
3	У, Д	15	О, I
4	К, Л	16	К, И
5	Щ, О	17	Н, Ч
6	У, N	18	З, Ъ
7	V, W	19	С, Б
8	X, M	20	Л, М
9	S, L	21	И, X
10	U, C	22	Т, Ъ
11	F, Z	23	И, <u>Ф</u>
12	M, N	24	Н, P