

## **Краткий конспект лекций:**

### **Понятие о регрессионном анализе.**

*Линейный коэффициент корреляции указывает на направление и степень сопряженности в изменчивости признаков, но не показывает, как количественно меняется результативный признак при изменении факториального на единицу измерения. Таким показателем является коэффициент линейной регрессии ( $b_{yx}$  и  $b_{xy}$ ).*

### **Однофакторная линейная регрессия**

*коэффициент линейной регрессии рассчитывается:*

$$b_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}.$$

*Ошибка коэффициента регрессии ( $s_b$ ) вычисляется по формуле:*

$$s_b = s_r \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

*Критерий существенности ( $t_b$ ):*

$$t_b = \frac{b_{yx}}{s_b}$$

*Стандартное значение критерия  $t_{st}$  определяют по таблице*

*Стьюдента (Приложение к лекции 3) при степени свободы  $n-2$ , и заданном уровне значимости. Если  $t_b \geq t_{st}$ , то нулевая гипотеза отвергается.*

Поскольку показатели регрессии выражают корреляционную связь между признаками двусторонне, уравнение регрессии может быть записано так же, как  $x = \bar{x} - b_{xy}(y - \bar{y})$ , для данного уравнения коэффициент регрессии будет вычисляться по формуле:

$$b_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, \text{ при этом должно выполняться условие:}$$

$$\sqrt{b_{yx}b_{xy}} = r.$$

## Однофакторная нелинейная регрессия

*Криволинейными называют зависимости, для которых равные приращения аргумента  $x$  вызывают неодинаковые приращения функции  $y$ ,*

*Нелинейная регрессия может быть выражена с помощью ряда уравнений, наиболее широко используются:*

*уравнение параболы второго порядка –  $y = a + vx + cx^2$ ;*

*уравнение параболы третьего порядка –  $y = a + vx + cx^2 + dx^3$ ;*

*уравнение гиперболы первого порядка –  $y = a + \frac{b}{x}$ ;*

*уравнение параболы второго порядка –  $y = a + \frac{b}{x^2}$ ;*

*уравнение параболы третьего порядка –  $y = a + \frac{b}{x^3}$ ;*

*уравнение параболы первого порядка с тремя неизвестными –*

$$y = a + bx + \frac{c}{x};$$

*уравнения экспоненциального или показательного типа –  $y = a + b^x$  или*

$$y = a + e^{bx};$$

*уравнение степенного типа –  $y = a + x^b$ .*

## Метод наименьших квадратов

*Метод основан на предположении, что сумма квадратов отклонений вариант  $x_i$  от среднего значения есть величина минимальная*

*$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \min$ . Тогда теоретические точки, соответствующие линии*

регрессии  $\bar{y}_x$ , должны быть получены таким способом, чтобы сумма квадратов отклонений была также минимальна  $\Sigma(y_i - \bar{y}_x)^2 = Q_{min}$ .

Создается система нормальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} an + b\Sigma x + c\Sigma x^2 = \Sigma y \\ a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 = \Sigma xy \\ a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 = \Sigma x^2 y \end{array} \right\}$$

Из данной системы уравнений через деление на множители при коэффициента и вычитание одних уравнений из других находят три коэффициента регрессии (a, b, c) соответствующих параболы второго порядка  $y=a+bx+cx^2$ .